

BADANIE PRĘTÓW NA WYBOCZENIE

11.1. WSTĘP

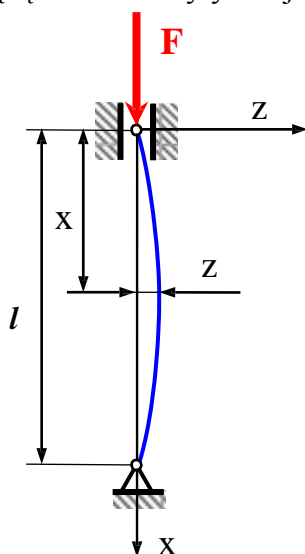
Celem ćwiczenia jest badanie zjawiska wyboczenia prętów ściskanych osiowo wzrastającą siłą aż do momentu utraty stateczności, wyznaczenie teoretyczne i doświadczalne siły krytycznej. Obejmuje także badanie wpływu wymiarów, sposobu podparcia końców pręta i rodzaju materiału na wartość tej siły.

W eksperymencie wykorzystano stanowisko pomiarowe GUNT - WP120, które umożliwia pomiar ugięcia poprzecznego ściskanego pręta siłą osiową.

11.2. PODSTAWY TEORETYCZNE

Zjawisko wyboczenia powstaje podczas wygięcia osi pręta przy sile osiowo ściskającej F (rys. 1). Podczas ściskania pręta prostego układ obciążeń i reakcji stanowią dwie równe co do wartości i przeciwnie skierowane siły działające wzdłuż prostej. Taki układ sił zapewnia równowagę pręta. W zależności od relacji między siłami ściskającymi a długością pręta i jego sztywnością, prostoliniowy kształt osi pręta może odpowiadać równowadze stałej (gdy ciało wychylone z położenia pierwotnego z powrotem do niego powraca) lub równowadze obojętnej (gdy ciało wychylone z położenia pierwotnego nie wraca do niego, pozostając w nowym położeniu). W warunkach rzeczywistych każde ciało narażone jest na działanie różnych sił zewnętrznych wyprowadzających rozpatrywane ciało z równowagi. W układach sztywnych bezwzględne wartości równoważących się sił nie mają wpływu na rodzaj równowagi. Inaczej jest w układach odkształcalnych [4]. Rozpatrzmy prosty pręt obustronnie przegubowo zamocowany na końcach (rys. 1) i ściskany osiowo siłą F na tyle małą, że pręt pozostaje prosty. Utratę stateczności ściskanego osiowo pręta pryzmatycznego opiszemy w sposób podany przez L. Eulera w 1744 r. Załóżmy, że pręt ten, wykonany z materiału liniowo sprężystego o module Younga E , jest ściskany osiowo siłą F i nadajmy mu pewnym impulsem siły dowolnie małe początkowe ugięcie poprzeczne w płaszczyźnie najmniejszej sztywności zginania. Jeżeli po usunięciu przyczyny ugięcia powróci on do swej początkowej prostoliniowej postaci to oznacza, że znajduje się w stanie równowagi statecznej. Następnie, wraz ze zwiększaniem siły F osiągniemy stan, w którym pręt po zadziałaniu poprzecznego impulsu siły pozostanie wygięty. Oznacza to, że tym razem pręt znajduje się w stanie równowagi obojętnej a wartość siły, przy której to nastąpiło nazywamy wartością krytyczną i oznaczamy F_{kr} . Siła krytyczna to taka siła, przy której osiowo ściskany pręt znajduje się w stanie równowagi obojętnej. Wyznaczenie tej siły dla modelu pokazanego na rys.1, polega na wyznaczeniu momentu zginania w dowolnym przekroju poprzecznym pręta z równania równowagi statycznej obciążonego pręta. Następnie, należy rozwiązać różniczkowe równanie

linii ugięcia pręta z odpowiednimi warunkami brzegowymi. Wygięcie pręta spowodowane przekroczeniem przez siłę ściskającą wartości krytycznej F_{kr} nazywa się wyboczeniem [4].



Rys. 1. Pręt prosty ściskany osiowo ulegający wyboczeniu

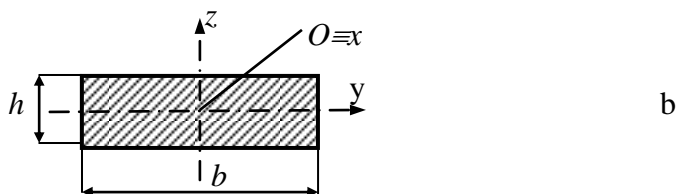
Z równania równowagi momentów sił, otrzymamy wyrażenie na moment zginania w przekroju poprzecznym pręta położonym w odległości x od przegubu górnego (w położeniu początkowym)

$$M_y = -F \cdot z \quad (1)$$

Równanie różniczkowe linii ugięcia belki (pręta) ma postać

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{M_y}{EJ_y} \quad (2)$$

gdzie: M_y - moment gnący względem osi y przekroju poprzecznego (rys. 2), E - moduł Younga, J_y - minimalny moment bezwładności przekroju poprzecznego (względem osi y),. Przekroje poprzeczne poszczególnych badanych w ćwiczeniu prętów są stałe i prostokątne. Dla przekroju w dowolnym miejscu pręta, przyjęto układ osi współrzędnych pokazany na rys.2, który koresponduje z układem przedstawionym na rys.1.



Rys. 2. Przekrój poprzeczny pręta z układem osi głównych centralnych

Oś x pręta jest miejscem geometrycznym środków O przekrojów poprzecznych. Układ osi $Oxyz$ dla dowolnego przekroju jest układem głównym centralnym, zatem moment bezwładności J_y względem osi y przekroju jest głównym centralnym momentem

bezwładności, będąc jednocześnie momentem minimalnym, tzn. $J_y = J_{min}$. Oznacza to, że sztywność zginania pręta w kierunku osi z jest także minimalna [4].

Jeśli $F=F_{kr}$, to na podstawie równań (1) i (2) otrzymamy następujące równanie:

$$\frac{d^2 z(x)}{dx^2} + \frac{F_{kr}}{EJ_y} z(x) = 0 \quad (3)$$

a po wprowadzeniu oznaczenia

$$k^2 = \frac{F_{kr}}{EJ_y} \quad (4)$$

przyjmiemy ono formę (5)

$$\frac{d^2 z(x)}{dx^2} + k^2 z(x) = 0 \quad (5)$$

W wyrażeniach (3) i (4) moment bezwładności przekroju poprzecznego pręta wynosi (rys. 2)

$$J_y = J_{min} = \frac{bh^3}{12}$$

Formalnie postać równania (5) jest identyczna z równaniem różniczkowym swobodnych i nietłumionych drgań harmonicznym układu o jednym stopniu swobody, w którym zmienna niezależna x jest czasem.

Rozwiązaniem ogólnym równania jednorodnego (5) jest funkcja

$$z(x) = C \sin(kx) + D \cos(kx), \quad (6)$$

w której stałe całkowania C i D wyznaczamy z warunków brzegowych, czyli w tym przypadku warunków podparcia końców pręta. Mamy więc dla końca górnego pręta $z(0)=0$ oraz dolnego $z(l)=0$, gdzie l – oznacza długość pręta.

Podstawiając powyższe wartości brzegowe do równania (6) dostajemy

$C \sin(kl) = 0$ oraz $B = 0$. Jeśli pręt jest wygięty, to równocześnie nie może być $C=D=0$. Tak więc dla $C \neq 0$, musi być $\sin(kl) = 0$, a stąd $k = \frac{n\pi}{l}$, przy czym $n = 1, 2, 3, \dots$

Praktycznie, najważniejsza jest pierwsza postać ugięcia pręta, tzn. dla $n=1$ mamy $k = \frac{\pi}{l}$.

Po przekształceniu wzoru (4) i podstawieniu $k = \frac{\pi}{l}$ otrzymamy wyrażenie na siłę krytyczną w postaci,

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EJ_y}{l^2} \quad (7)$$

które nosi nazwę wzoru Eulera.

Na podstawie rozwiązania ogólnego (6), linię ugięcia odpowiadającą pierwszej postaci ($n=1$) opiszemy równaniem

$$z(x) = C \sin\left(\frac{\pi}{l} x\right) \quad (8)$$

W rzeczywistych warunkach ścisania osiowego pręta, nie ma potrzeby zadawania impulsu poprzecznego dla wywołania jego ugięcia, bowiem zawsze występują odstępstwa od teoretycznego modelu; np. brak idealnej prostoliniowości pręta, odchyłki od wymiarów nominalnych, błędy montażowe w miejscach podparcia końców pręta.

Na rys. 3 pokazano cztery podstawowe modele podparcia (zamocowania) pręta ściskanego oraz i odpowiadające im linie ugięcia. Zaznaczone na rysunku długości l_k są odniesione do pręta obustronnie podpartego przegubowo (podpora górna jest przesuwna pionowo, zaś dolna jest nieruchoma).

Oznaczmy kolejno (rys. 3) te cztery przypadki następująco:

przypadek 1. – przegub walcowy przesuwny – przegub walcowy stały (PP),

przypadek 2. – koniec swobodny – zamocowanie sztywne stałe (SZ),

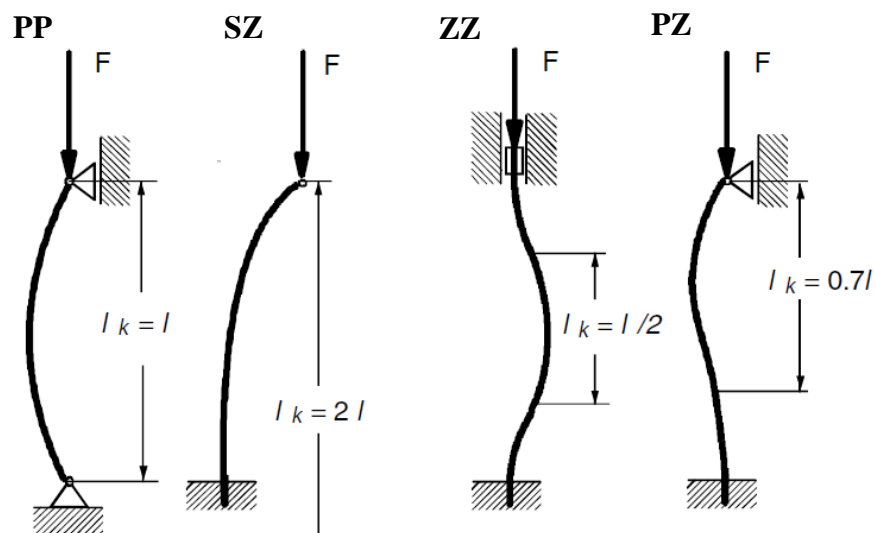
przypadek 3. – zamocowanie sztywne przesuwne - zamocowanie sztywne stałe (ZZ),

przypadek 4. - przegub walcowy przesuwny - zamocowanie sztywne stałe (PZ).

W przypadku 1. linia ugięcia stanowi połówkę sinusoidy o długości $l_k = l$, którą nazywamy długością wyboczeniową. Dla kolejnych przypadków długości wyboczeniowe l_k podano na rys. 3. Biorąc to pod uwagę, można zapisać wzór (7) w formie

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EJ_y}{l_k^2} \quad (9)$$

Wzór (9) odnosi się do wszystkich przypadków pokazanych na rys. 3 z tym, że należy dokonać odpowiedniego podstawienia w miejsce l_k .



Rys.3. Podstawowe przypadki podparcia i ugięcia pręta ściskanego [1]

Naprężenia σ_{kr} , jakie powstaną w pręcie ściskanym siłą krytyczną, obliczamy dzieląc siłę krytyczną przez pole A przekroju poprzecznego pręta

$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{A} = \frac{\pi^2 EJ_y}{Al_k^2} \quad (10)$$

Zauważmy, że wielkości J_y , A i l_k występujące we wzorze (10) zależą od wymiarów przekroju pręta i jego długości. Można zatem ich wpływ na naprężenia σ_{kr} opisać za pomocą bardziej dogodnych praktycznie wielkości, mianowicie poprzez minimalne ramię bezwładności i przekroju poprzecznego i smukłość λ pręta.

Ramię bezwładności i przekroju wyrażamy wzorem

$$i^2 = \frac{J_y}{A} = \frac{J_{min}}{A}, \quad (11)$$

natomiast smukłość λ pręta wzorem

$$\lambda = \frac{l_k}{i} \quad (12)$$

W rezultacie, siła krytyczna Eulera ściskanego osiowo pręta wyrażona w funkcji smukłości λ , jest równa

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda^2}, \quad (13)$$

natomiast naprężenia krytyczne

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (14)$$

Ze wzoru (14) można korzystać tylko wtedy, gdy naprężenia nie przekraczają granicy stosowalności prawa Hooke'a (granicy proporcjonalności σ_p), czyli dla $\sigma_{kr} \leq \sigma_p$. Z tego względu obliczanie prętów ściskanych za pomocą wzoru (14) można przeprowadzać tylko wtedy, gdy smukłość λ pręta jest większa od smukłości granicznej λ_{gr} , którą wyznaczamy z zależności

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_{gr}^2} = \sigma_p; \quad (15)$$

stąd

$$\lambda_{gr} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}} \quad (16)$$

Odnotujmy, że smukłość graniczna zależy tylko od właściwości sprężystych materiału, z którego wykonano pręt. Chcąc badać pręt na wyboczenie, musimy najpierw sprawdzić, czy jego smukłość jest większa od wartości granicznej, określonej wzorem (16).

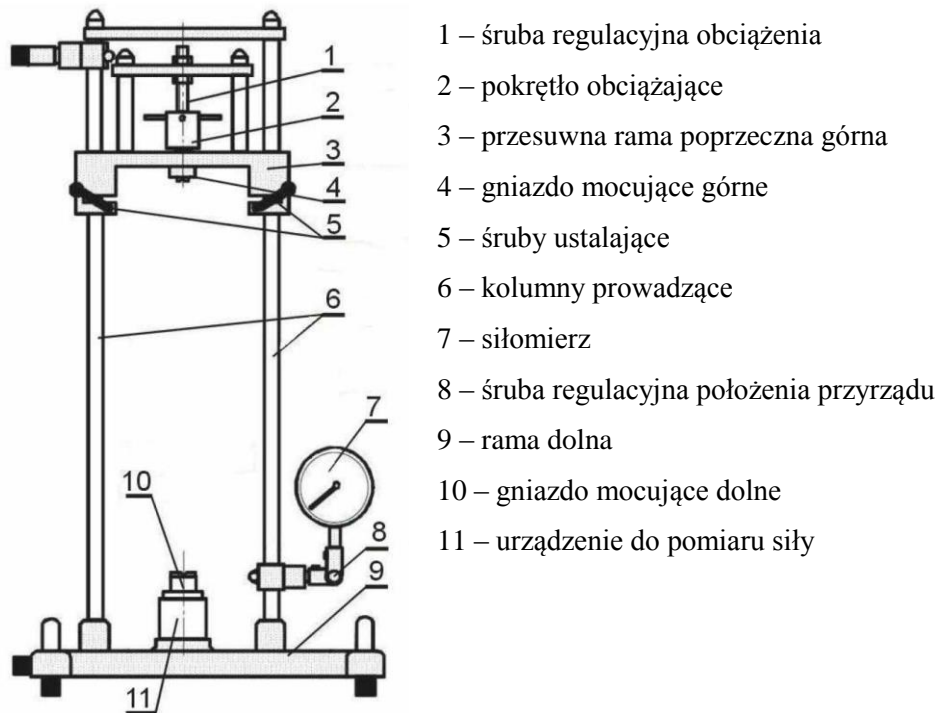
Badane w tym ćwiczeniu pręty spełniają ten warunek, wobec tego do wyznaczania siły krytycznej i naprężeń krytycznych możemy stosować wzory (9) i (10) lub (13) i (14).

Spośród czterech przypadków zamocowania prętów (rys.3), na urządzeniu pomiarowym WP120 można badać trzy z nich, tzn. PP, ZZ i PZ.

11.3. OPIS STANOWISKA POMIAROWEGO

Stanowisko pomiarowe składa się z urządzenia do badania wyboczenia GUNT WP120 i kompletu prętów poddawanych wyboczeniu.

Urządzenie WP 120 [1]. pozwala na ściskanie osiowe pręta a także na badanie wpływu zadanego obciążenia w kierunku bocznym na wyboczenie. Wielkościami pomiarowymi są siła ściskająca i ugięcie poprzeczne pręta. Schemat tego urządzenia przedstawiono rys. 4.



Rys.4. Schemat urządzenia do badania prętów na wyboczenie – pozycja pionowa [1]

Ważniejsze dane techniczne urządzenia są następujące:

- długość 620 mm,
- szerokość 450 mm,
- wysokość 1150 mm,
- masa 35 kg,
- max. siła ściskania 2000 N,
- max. siła nacisku bocznego 20 N,
- max. zakres pomiarowy ugięcia bocznego ± 20 mm,
- max. długość badanego pręta 700 mm,
- max. odległość pomiędzy czołem pokrętła a ramą górną 10 mm
- średnice otworów gniazda podparcia górnego i dolnego 20 mm,
- zakres pomiarowy siły ściskania pręta 100÷2500 N
(dla $F \leq 100$ N dokładność pomiaru jest mała)

Dane techniczne kompletu prętów wraz z odpowiednimi końcówkami do realizacji określonego sposobu podparcia (zamocowania), zestawiono w tabeli 1.

W gniazdach podparcia górnym i dolnym tego urządzenia są także wstawiane odpowiednie końcówki, aby można było zamontować badany pręt. W tabeli 2. przestawiono pary końcówek w gniazdach podparcia (patrz rys. 4) dostosowanych do końcówek danego pręta.

Tabela 1. Dane techniczne prętów i sposoby podparcia[1].

Oznaczenie pręta	Materiał	Długość l [mm]	Grubość h [mm]	Szer. b [mm]	Moment bezwład. J_{\min} [mm ⁴]	Sposób podparcia (rys.3)
S1	Stal narzędziowa	350	4	20	106.6	przegub/przegub PP
S2	Stal narzędziowa	500	4	20	106.6	przegub/przegub PP
S3	Stal narzędziowa	600	4	20	106.6	przegub/przegub PP
S4	Stal narzędziowa	650	4	20	106.6	przegub/przegub PP
S5	Stal narzędziowa	700	4	20	106.6	przegub/przegub PP
S6	Stal narzędziowa	650	4	20	106.6	przegub/ sztywne PZ
S7	Stal narzędziowa	650	4	20	106.6	sztywne/ sztywne ZZ
S8	Stop aluminium	600	6	25	450.0	przegub/przegub PP
S9	Mosiądz	600	6	25	450.0	przegub/przegub PP
S10	Miedź	600	6	25	450.0	przegub/przegub PP
S11	Kompozyt	600	10	25	2083.3	przegub/przegub PP

Tabela 2. Schematy konstrukcyjne par końcówek w gniazdach mocujących urządzenia [1]

Gniazdo	Przypadek 1 (PP)	Przypadek 3 (ZZ)	Przypadek 4 (PZ)
Górne			
Dolne			

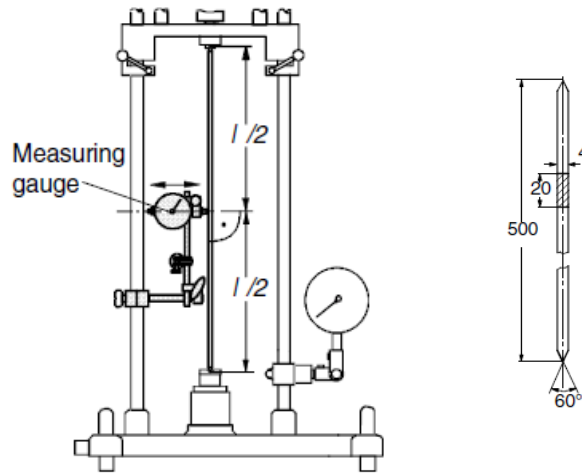
Wartości modułu Younga E dla materiałów, z których wykonano badane pręty zestawiono w tabeli 3.

Tabela 3. Wartości modułu Younga dla materiałów badanych prętów [1]

Wielkość	Pręt stalowy	Pręt aluminiowy	Pręt mosiężny	Pręt miedziany	Pręt kompozytowy
Moduł Younga E [MPa]*	210 000	70 000	104 000	125 000	24 500

* $\text{1 MPa} = 1 \text{ N/mm}^2$

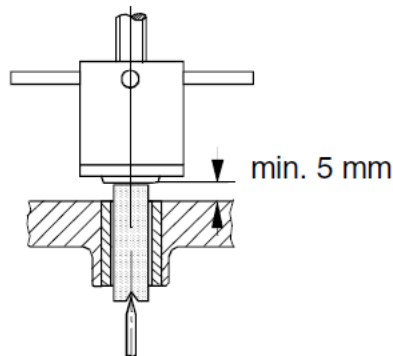
Schemat urządzenia z zamontowanym prętem podpartym dwustronnie przegubowo oraz czujnikiem zegarowym do pomiaru ugięcia poprzecznego pokazano na rys. 5.



Rys. 5. Schemat urządzenia z prętem podpartym obustronnie przegubowo [1]

Aby zapewnić możliwość dostatecznego przesuwu pionowego pokręta obciążającego pręt, należy ustawić na odpowiedniej wysokości i zablokować ramę górną (patrz rys. 4).

Uwaga! Rama górna powinna być tak zamocowana na kolumnach prowadzących, aby zaznaczona na rys. 6 odległość pomiędzy ramą górną a czołem pokręta wynosiła **nie mniej niż 5 mm** (ale nie więcej niż 10 mm).



Rys. 6. Wymagana minimalna odległość pomiędzy czołem pokręta a ramą górną [1]

11.4 PRZEBIEG ĆWICZENIA

Zakres ćwiczenia

- 1) Doświadczenie 1. Badanie testowe wyboczenia pręta S2.
- 2) Doświadczenie 2. Badanie wpływu sposobu podparcia na wyboczenie prętów S4, S6 i S7.
- 3) Doświadczenie 3. Badanie wpływu długości pręta na wyboczenie przy dwustronnym podparciu przegubowym (S1, S2, S3 i S5)

Wymagania techniczne i bezpieczeństwa

- Przed rozpoczęciem doświadczenia konieczne jest zapoznanie się z podstawami teoretycznymi i instrukcją do ćwiczenia.
- Powstałe uszkodzenia lub braki w wyposażeniu stanowiska pomiarowego należy natychmiast zgłaszać osobie prowadzącej ćwiczenie. Członkowie zespołu studenckiego ponoszą odpowiedzialność w czasie realizacji ćwiczenia za nieprawidłowe posługiwanie się sprzętem i spowodowanie ewentualnych strat.
- Ustawianie i mocowanie w gniazdach badanego pręta a także ustawianie czujnika pomiaru ugięcia i siłomierza musi być wykonane starannie i dokładnie.
- Podczas wykonywania badania zwrócić szczególną uwagę na to, aby nie dopuścić do powstania trwałych deformacji prętów.
- Obsługa urządzenia i pomiary powinny być wykonywane w obecności osoby prowadzącej ćwiczenie.

Doświadczenie 1. Badanie testowe wyboczenia pręta S2.

Test przeprowadzamy przykładowo dla pręta S2 o długości $l = 500$ mm, podpartego dwustronnie przegubowo. Siłę krytyczną obliczamy ze wzoru Eulera (9), podstawiając wartości liczbowe podane wyżej, tj. $J_y = 106,6 \text{ mm}^4$, $l_k = l$, $E = 210\,000 \text{ MPa}$. Siła krytyczna wynosi $F_{kr} = 883 \text{ N}$.

Uwaga! Aby nie dopuścić do deformacji plastycznej pręta, należy oszacować dopuszczalną wartość ugięcia poprzecznego z_{dop} środka pręta. **W tym przypadku $z_{dop} \cong 5 \text{ mm}$** (przy współczynniku bezpieczeństwa równym 3)

Należy mieć na uwadze, że wartość dopuszczalna ugięcia zależy od wymiarów i materiału pręta oraz sposobu jego podparcia.

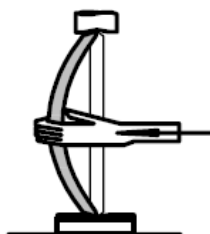
Kolejne czynności podczas doświadczenia 1.

- Wstawić odpowiednie końcówki podparcia w gniazdach górnym i dolnym oraz zamontować dokładnie pręt S2.
- Zablokować ramę poprzeczną górną tak, aby zapewnić odległość pomiędzy czołem pokrętła a ramą co najmniej 5 mm.
- Ustawić za pomocą statywu końcówkę czujnika zegarowego na środku pręta. Wyregulować położenie końcówki tak, aby zapewnić pomiar ugięcia pręta $\pm 10 \text{ mm}$ w obie strony

- Przed rozpoczęciem ściskania pręta wskazanie siłomierza powinno być równe 0. Oznacza to brak docisku wstępnego.
- Zwiększać powoli obciążenie poprzez obracanie pokrętła obciążającego.
- Zapisywać wartości siły ściskającej co 0,25 mm w zakresie do 1,0 mm. W zakresie powyżej 1,0 mm wystarczy zapisywać wartość siły co 0,5 mm.

Uwaga! Ugięcie poprzeczne środka pręta **nie może przekroczyć 5 mm**.

- Test należy zakończyć, jeśli wartości wskazań siłomierza pozostają w przybliżeniu stałe, pomimo dalszego dociskania pręta pokrętłem (dla pręta S2 powinno to nastąpić przy ugięciu poprzecznym środka pręta ok. 4 mm). Ta stała wartość wskazań odpowiada doświadczalnej sile krytycznej.
- Odciążyć pręt doprowadzając go do stanu prostoliniowego.
- Powtórzyć doświadczenie przy ugięciu pręta w stronę przeciwną. Ugięcie w przeciwną stronę można wywołać poprzez lekki wstępny boczny nacisk pręta ręką (rys.8).



Rys. 8. Wywołanie wyboczenia w żądaną stronę

- Przy ugięciu pręta w stronę przeciwną, rejestrację ugięcia i siły przeprowadzamy tak jak poprzednio. Jeśli różnica odczytów siły krytycznej przy przeciwnych ugięciach przekracza 10%, to pręt może być trwale zdeformowany. W takim przypadku po odciążeniu pręt może nie być prostoliniowy i należy ten fakt zgłosić osobie prowadzącej ćwiczenie.

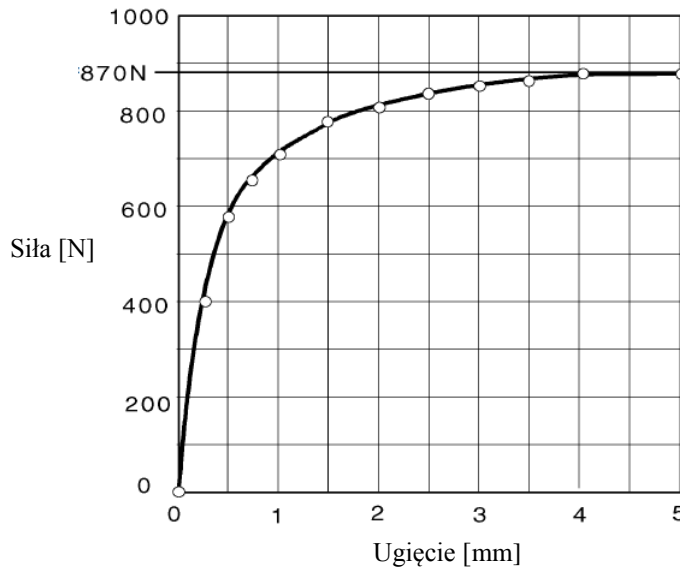
Przykładowy arkusz protokołu pomiarowego dla pręta S2 pokazano niżej. Wyniki pomiarów odnoszą się do wyboczenia tylko w jedną stronę. Zaznaczmy, iż takie badanie testowe można wykonać dla innych prętów, pamiętając szczególnie o warunku nie przekraczania dopuszczalnych wartości ich ugięcia poprzecznego.

Rodzaj badanego pręta: S2, stal														
Długość pręta: 500 mm														
Moment bezwładności przekroju poprzecznego pręta: 106,6 mm ⁴														
Moduł Younga: 210 000 MPa														
Ugięcie [mm]	0	0,25	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0		
Siła [N]	0	400	570	650	710	780	810	840	850	860	870	870		

Wyniki pomiarów należy przedstawić na wykresie jak niżej. Można zauważyć, że dla ugięcia $z \geq 3,5$ mm, wartość siły praktycznie jest stała. Jest to właśnie wyznaczona doświadczalnie siła krytyczna $F_{Dkr} = 870$ N.

Porównując jej wartość z wartością teoretyczną obliczoną ze wzoru Eulera $F_{kr} = 883$ N, stwierdzamy, że względna różnica między nimi jest mała i wynosi 1,5%.

$$w = \frac{|F_{kr} - F_{Dkr}|}{F_{Dkr}} 100\% = 1,5\%$$



Doświadczenie 2. Badanie wpływu sposobu podparcia na wyboczenie prętów S4, S6 i S7.

Test przeprowadzamy dla prętów S4, S6 i S7 o długościach $l = 650$ mm, podpartych tak jak opisano w tabeli 1 i na rys. 3. Siły krytyczne teoretyczne obliczamy ze wzoru Eulera (9), podstawiając odpowiednie wartości liczbowe podane w tabeli 1 i 3.

Uwaga! Aby nie dopuścić do deformacji plastycznej prętów nie należy przekraczać dla każdego z nich dopuszczalnej wartości ugięcia poprzecznego $z_{dop} \cong 6$ mm (przy współczynniku bezpieczeństwa równym 3).

Kolejne czynności podczas doświadczenia 2.

- Wstawić odpowiednie końcówki podparcia w gniazdach górnym i dolnym oraz dokładnie zamontować pręt S4.
- Zablokować ramę poprzeczną górną tak, aby zapewnić odległość pomiędzy czołem pokrętła a ramą co najmniej 5 mm.
- Ustawić za pomocą statywu końcówkę czujnika zegarowego na środku pręta. Wyregulować położenie końcówki tak, aby zapewnić pomiar ugięcia pręta ± 10 mm w obie strony.
- Przed rozpoczęciem ściskania pręta wskazanie siłomierza powinno być równe 0. Oznacza to brak docisku wstępnego.
- Zwiększać powoli obciążenie poprzez obracanie pokrętła obciążającego.
- Zapisywać wartości siły ściskającej co 0,25 mm w zakresie do 1,0 mm. W zakresie powyżej 1,0 mm wystarczy zapisywać wartość siły co 0,5 mm.

Uwaga! Ugięcie poprzeczne środka pręta **nie może przekroczyć 6 mm.**

- Test należy zakończyć, jeśli wartości wskazań siłomierza pozostają w przybliżeniu stałe, pomimo dalszego dociskania pręta pokrętłem. Ta stała wartość wskazań odpowiada doświadczalnej sile krytycznej.

- Odciążyć pręt doprowadzając go do stanu prostoliniowego.
- Powtórzyć doświadczenie przy ugięciu pręta w stronę przeciwną. Ugięcie w przeciwną stronę można wywołać poprzez lekki wstępny boczny nacisk pręta ręką (rys.8).
- Przy ugięciu pręta w stronę przeciwną rejestrację ugięcia i siły przeprowadzamy tak jak poprzednio. Jeśli różnica odczytów siły krytycznej przy przeciwnych ugięciach przekracza 10%, to pręt może być trwale zdeformowany. W takim przypadku po odciążeniu pręt może nie być prostoliniowy i należy ten fakt zgłosić osobie prowadzącej ćwiczenie.

Dla prętów S6 i S7 należy powtórzyć czynności wykonywane wyżej!

Doświadczenie 3. Badanie wpływu długości pręta na wyboczenie przy dwustronnym podparciu przegubowym (S1, S2, S3 i S5)

Test przeprowadzamy dla dwóch wybranych prętów spośród czterech: S1 o długości 350 mm, S2 o długości 500 mm, S3 o długości 600 mm i S5 o długości 700 mm. Siły krytyczne teoretyczne obliczamy ze wzoru Eulera (9), podstawiając odpowiednie wartości liczbowe podane w tabeli 1 i 3.

Uwaga! Aby nie dopuścić do deformacji plastycznej prętów nie należy przekraczać dla każdego z nich dopuszczalnej wartości ugięcia poprzecznego. Tak więc

dla pręta S1 $z_{dop} \cong 3 \text{ mm}$,

dla pręta S2 $z_{dop} \cong 5 \text{ mm}$,

dla prętów S3 i S5 $z_{dop} \cong 6 \text{ mm}$.

Kolejne czynności podczas doświadczenia 3.

- Wstawić odpowiednie końcówki podparcia w gniazdach górnym i dolnym oraz dokładnie zamontować pręt pierwszy pręt.
- Zablokować ramę poprzeczną górną tak, aby zapewnić odległość pomiędzy czołem pokrętła a ramą co najmniej 5 mm.
- Ustawić za pomocą statywu końcówkę czujnika zegarowego na środku pręta. Wyregulować położenie końcówki tak, aby zapewnić pomiar ugięcia pręta $\pm 10 \text{ mm}$ w obie strony.
- Przed rozpoczęciem ściskania pręta wskazanie siłomierza powinno być równe 0. Oznacza to brak docisku wstępnego.
- Zwiększać powoli obciążenie poprzez obracanie pokrętła obciążającego.
- Zapisywać wartości siły ściskającej co 0,25 mm w zakresie do 1,0 mm. W zakresie powyżej 1,0 mm wystarczy zapisywać wartość siły co 0,5 mm.

Uwaga! Ugięcie poprzeczne środka pręta **nie może przekroczyć wartości dopuszczalnej, właściwej dla danego pręta** (patrz wyżej).

- Test należy zakończyć, jeśli wartości wskazań siłomierza pozostają w przybliżeniu stałe, pomimo dalszego dociskania pręta pokrętłem. Ta stała wartość wskazań odpowiada doświadczalnej sile krytycznej.
- Odciążyć pręt doprowadzając go do stanu prostoliniowego.

- Powtórzyć doświadczenie przy ugięciu pręta w stronę przeciwną. Ugięcie w przeciwną stronę można wywołać poprzez lekki wstępny boczny nacisk pręta ręką (rys.8).
- Przy ugięciu pręta w stronę przeciwną rejestrację ugięcia i siły przeprowadzamy tak jak poprzednio. Jeśli różnica odczytów siły krytycznej przy przeciwnych ugięciach przekracza 10%, to pręt może być trwale zdeformowany. W takim przypadku po odciążeniu pręt może nie być prostoliniowy i należy ten fakt zgłosić osobie prowadzącej ćwiczenie.

Dla drugiego pręta należy powtórzyć czynności wykonywane wyżej!

Uwaga! Wyniki pomiarów dla doświadczeń 1, 2 i 3 należy zapisać na odpowiednich arkuszach protokołu pomiarowego. Protokół pomiarowy jest zamieszczony w załączniku.

Zawartość sprawozdania

- 1) Strona tytułowa wg ustalonego wzorca.
- 2) Protokół pomiarowy (podpisany przez prowadzącego ćwiczenie).
- 3) Cel ćwiczenia i krótki opis urządzenia pomiarowego oraz badanych prętów (materiał, wymiary, sposób podparcia). Nie przepisywać instrukcji!
- 4) Wykonać odpowiednie obliczenia i wykresy (można to zrobić na arkuszach protokołu pomiarowego; patrz doświadczenie 1.).
- 5) Wnioski

Wnioski powinny być wyprowadzone na podstawie porównania wyników obliczeń i pomiarów sił krytycznych w badanych przypadkach oraz mieć odniesienie do postaw teoretycznych wyboczenia prętów liniowo sprężystych.

LITERATURA

- [1] Experiment Instructions WP120 Buckling Behaviour of Bars. GUNT-Hamburg, Germany. Publication No. 912.000 00A 120 12.
- [2] Lewiński J., Wilczyński A., Witemberg-Perzyk D., Podstawy mechaniki. Statyka i wytrzymałość materiałów. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2000.
- [3] Mały poradnik mechanika, WNT, Wydanie XVIII, Warszawa 1994.
- [4] Niezgodziński M., Niezgodziński T. – Wytrzymałość materiałów, WN PWN Warszawa 2004.

ZAŁĄCZNIK

Laboratorium mechaniki technicznej

PROTOKÓŁ POMIAROWY DO ĆWICZENIA NR 11

BADANIE PRĘTÓW NA WYBOCZENIE

Lp	Nazwisko i imię	Specjalność	Nr zespołu	Data wykonania ćwiczenia
1				
2				
3				
4		<i>Podpis osoby prowadzącej ćwiczenie</i>		
5				
6				

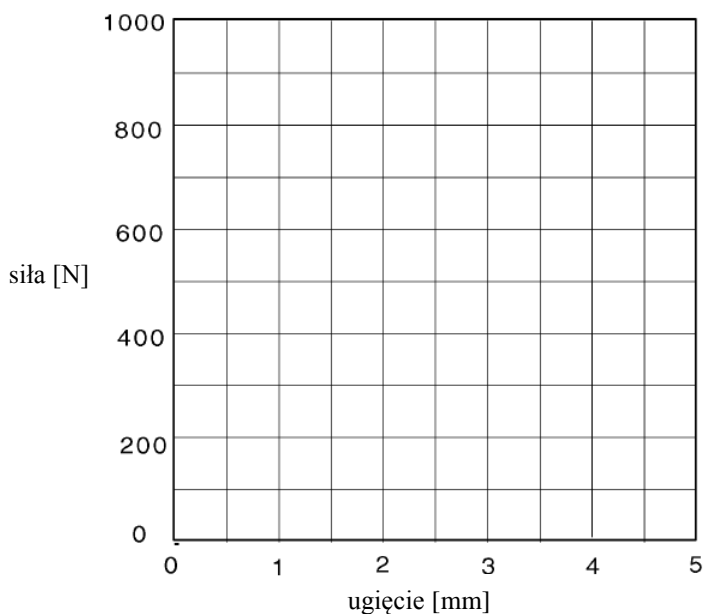
Uwaga! Protokół pomiarowy należy przed ćwiczeniem wydrukować.

Doświadczenie 1. Badanie testowe wyboczenia wybranego pręta

1) Tabela pomiarów

Rodzaj badanego pręta:													
Długość pręta:													
Moment bezwładności przekroju poprzecznego pręta:													
Moduł Younga:													
Ugięcie (+) [mm]	0												
Siła (+) [N]	0												
Ugięcie (-) [mm]													
Siła (-) [N]													

2) Wykresy zależności ugięcie poprzeczne – siła ściskająca (przykład układu współrzędnych wykresu)



Uwaga!

Wykresy wykonujemy tylko dla ugięcia w jedną stronę (+).

Wykresy należy wykonać elektronicznie.

Doświadczenie 2. Badanie wpływu sposobu podparcia na wyboczenie prętów S4, S6 i S7.

1) Tabele pomiarów

Rodzaj badanego pręta: S4, stal														
Długość pręta:														
Moment bezwładności przekroju poprzecznego pręta:														
Moduł Younga:														
Ugięcie (+) [mm]	0													
Siła (+) [N]	0													
Ugięcie (-) [mm]	0													
Siła (-) [N]	0													

Rodzaj badanego pręta: S6, stal														
Długość pręta:														
Moment bezwładności przekroju poprzecznego pręta:														
Moduł Younga:														
Ugięcie (+) [mm]	0													
Siła (+) [N]	0													
Ugięcie (-) [mm]	0													
Siła (-) [N]	0													

Rodzaj badanego pręta: S7, stal														
Długość pręta:														
Moment bezwładności przekroju poprzecznego pręta:														
Moduł Younga:														
Ugięcie (+) [mm]	0													
Siła (+) [N]	0													
Ugięcie (-) [mm]	0													
Siła (-) [N]	0													

2) Wykresy zależności ugięcie poprzeczne – siła ściskająca

WYKRESY

Uwaga!

- Wykresy wykonujemy tylko dla ugięcia w jedną stronę (+). Na jednym wykresie można umieścić wszystkie krzywe $F = F(z)$.
- Wykresy należy wykonać elektronicznie.

Doświadczenie 3. Badanie wpływu długości pręta na wyboczenie przy dwustronnym podparciu przegubowym (S1, S2, S3 i S5)

Spośród czterech prętów do badania wybieramy dwa.

1) Tabele pomiarów

Rodzaj badanego pręta pierwszego:														
Długość pręta:														
Moment bezwładności przekroju poprzecznego pręta:														
Moduł Younga:														
Ugięcie (+) [mm]	0													
Siła (+) [N]	0													
Ugięcie (-) [mm]	0													
Siła (-) [N]	0													

Rodzaj badanego pręta drugiego:														
Długość pręta:														
Moment bezwładności przekroju poprzecznego pręta:														
Moduł Younga:														
Ugięcie (+) [mm]	0													
Siła (+) [N]	0													
Ugięcie (-) [mm]	0													
Siła (-) [N]	0													

2) Wykresy zależności ugięcie poprzeczne – siła ściskająca

WYKRESY

Uwaga!

- *Wykresy wykonujemy tylko dla ugięcia w jedną stronę (+). Na jednym wykresie można umieścić wszystkie krzywe $F = F(z)$.*
- *Wykresy należy wykonać elektronicznie.*